カント空間と非ユークリッド幾何学

田　山　令　史

カントの空間論は，ユークリッド幾何学を念頭に組上げられたものである。では，カント以降，非ユークリッド幾何学が発展し，かつ物理学がそれを不可欠としている事実はカントの空間論に対しての反証になるのだろうか。ここでカントを弁護する事を通じて，その空間論の基礎を再考してみる。

「空虚な空間」は，古代より絶える事無く問題であり続けた。初期原子論者のいう粒子間の「隙間」としての空間から，アリストテレスの価値的階層を有し，物が存在する「場所」としての，空虚を許容しない空間，そして近世，カンパネラ等の均質で等方的な，物体を容れる無限の「容器」としての空間，と，空間は次第にそれそのものに備わると思われた内的差異を奪われていく。この流れの中で，価値的，理念的差異を洗い落とし，自然科学の固い地盤となった無階層，無差別空間に応じてカントは，この「空虚な空間」が新たに哲学の対象たり得ることを示すのである。初期の「活力測定考」から「物理的単子論」，そして「純粋理性批判」と，「空虚な空間」の考察が次第に「形式としての空間」を目指していく様を跡付けてみる。

(1)　様々な幾何学

a　空間の関係論についての誤解

空間については，二つの相容れない見方がある。一つは実在論的見方，即ち，空間を実体とし，物がその中で位置付けられる容器の如きものとする考え，一つは関係論的見方，つまり空間とは物の現実的，可能的関係の総体とする考え方である。前者がニュートンいう所の「絶対空間」，後者はニュートンの反駁を試みるライプニッツの考えで，これを「相対空間」と言っておく。後に見るように，カントは実在論の弱点については初期の頃から意識していた。この意味でカントは関係論者である。ここでまず関係論にまつわる或る混乱を除いておく。この事によって空間の関係論という事の意味を明確にしておくのである。

ニュートンの「絶対空間」を擁護する試みは，現在でも途絶えたわけではない。この擁護の或るものは，「絶対空間」の対局にある「相対空間」を論難する事でその意図を果たそうとする。この過程で行き過ぎが生じる事がある。C. Hooker の例を取ろう。

“The Relational Doctrine of Space and Time”[(1)]に，Hooker の空虚な空間の概念について

詳細な議論が見られる。Hooker の「空虚な空間」の定義はこうである：

「空間の関係論とは，物理的空間は物体の間の関係から，その関係のみから成立しているという主張である。[(2)]」

この相対論の曖昧な定式化が，反論の開始となる。質的に見分けのつかない複数の対象を，我々はどのように区別するのか。これはただ，対象の占める空間位置の違いによる他ないだろう。しかし，考えてみれば，この空間位置というものは物体の空間関係から構成されていく，とは関係論者の主張ではなかったか。

「...だから，物から空間の位置というものが構成される以前には，上で言う様な，質的に区別のつかない対象を見分ける術などないではないか。従って，物体の区別をする枠組みとしての究極の，部分をもう持たない物体としては質的に区別のつくものを選ぶしかない。ここでもし，物質の最小の構成要素がいわゆる“区別なしの粒子”の組，つまり，質的に区別のつかない，例えば電子の如きものの組合せ，という事になれば，これは関係論にとっては当惑の種だろう。[(3)]」

Hooker の議論の核は，関係論者とは空間関係というものを，実際に存在する物体の関係から構成されると考える者，とする事である。整理すればこうなる。物体というものは空間的拡がりを有する。だから，この物体の部分間の関係がなければならない。これがなければ物体の内部が構成され得ない事になり，つまり物体は空間的拡がりを持たないことになってしまうから。しかし，どの様な「部分」がこの空間関係を担うとされるのか。単に外的空間関係を担うのみで，従ってそれ自身，拡がりを持たないと考えられる部分か。それとも，拡がりを持つ部分か。この場合は，この部分はさらに内部での空間関係を持つ小部分を有する事になる。そしてこの過程が続くことになる。この先は明らかに二つの可能性のみ：物の物質的部分がもうそれ以上，拡がりを持たないという段階に達するか，或いはこの分割が際限なく続けられるか，である。前者を取る場合，空間は不連続となる。なぜなら，物は拡がりを持たない，それ以上部分も持たない「部分」で成り立っている事になるから。後者では空間は物が無限に分割可能であることにより，連続したものになる。[(4)]

Hooker の様に，空間の連続性を考える際，物質と空間に上に見たような結びつきを考える事は希でないのである。[(5)] そして，この結びつきが「空虚な空間」にも持ち込まれる。「空虚な空間」は関係論者には不可能な概念である。何故なら空間は存在している物の間の関係から構成されているのだから，物なければ空間なし。しかし，物のない空間の場所を我々は有意味に語るのである。関係論はこの事を如何ともしがたい。

この Hooker の議論は誤っている。空間は存在している物から「構成されていく」とは，関係論者は考えない。関係論者代表としてライプニッツ：

「私の考えます所では，空間は単に関係的なものです。時間と同じく。空間は共存の秩序と見たい，時間が継起の秩序であるように。言い換えるならば，“空間”は，任意の可能な時，

同時に存在しているものにつき，その共存している点にだけ目を向けて，それらの間の秩序をいうのである。ただし，ここでは，ものがどの様にして存在しているか，については棚上げされています。[6]」

二つの点が注目される：空間とは物の共存の秩序である，という主張，そしてそういう時，可能性が考慮されている事である。つまり，現実に存在する物の間の秩序だけを云々しているのではなくて，可能的に存在するもの，つまり，かつて存在したかも知れず，これから先存在するかも知れないもの，これらのものも，この空間を織り成していくのである。この「可能性」の考慮に，関係論者がHooker の主張する如き困難に気付いており，それを避けている事が見て取れる。空間的秩序は物体の存在を前提するものの，「空虚な空間」の否定はここからは出てこない。かつてライプニッツはこの様な事を言った：「誰にしたって，人の系図を表す家系図，これは人々という“もの”の関係あっての図だが，この図が個々の人と同じような存在をするとは思いはしない。」言い換えれば，誰にしても，もし親戚全員が死ねば，自分の系図も同時に消え失せてしまう，などとは考えない。空間はものの関係の総体だが，ものが存在しない時，空間も同時に消え失せてしまうと考えるには及ばない。

更に反論が来る：可能性を語る事は，可能的でない，決まった事態を前提するのではないか。特に，全く空虚な空間などについて云々するには，空間は，それそのものの構造というものを，あらかじめ想定されている必要があるのではないか。（もし，空の空間に物が来れば，これら物の間の関係はユークリッド的だろう，云々。）だから，関係論者は，実際に，ユークリッド的，或いは非ユークリッド的空間が存在すると言わざるを得ないのではないか。[7]

この反論から関係論を擁護する事は，様々な幾何学の可能性という事の意味を知るのに役立ち，かつ，カントの関係論へのよい導入になる。この問題をこの様に論じてみる：カントの，幾何学がア・プリオリで総合的という主張の核心にあるのは，空間の所与性という考えである。この所与性は非ユークリッド幾何学の存在と両立するだろうか。ここで，異なる幾何学の内で表現される一見，同一の内容を持つと思われる定理，これらの定理の意味の違いというものを詳しく見てみる。例えば，ユークリッド幾何学と非ユークリッド幾何学では，四角形の内角の和が異なる。これはユークリッド幾何学での四角形についての式が誤っているという事だろうか。これを考察する事により様々な幾何学はお互いを排除しないものである事が示せる。この，幾何学の共存可能性が，空間そのものをユークリッド，非ユークリッドと言う事の意味の再考へと導くのである。

b　ユークリッド幾何学，非ユークリッド幾何学の区別について

幾何学は公理よりの演繹の体系である。この体系は非ユークリッド幾何学の発見と，その物理学への応用が成功した事によって，自然科学の一部となった，こう，よく言われる。こう言う事には，空間は実際，非ユークリッド構造を持ち，それが物理学によって実証されたという

含みがある。[8] しかし，空間が実証的に非ユークリッド的であるとは，どういう意味なのだろうか。幾何学の基本を成す「距離」，「長さ」について云々するには，距離の基準となる物，及びその物の空間中での振る舞い方についての前提を必要とする。例えば，ユークリッド幾何学では，木の棒，金属の棒といった物の振る舞いについての経験が基礎にある。つまり日常の経験の範囲では，これらは移動中に長さを変えない，といった観察が，「長さ」，図形の「合同」という，互いに関連を持つ概念の形成に関わっている：「合同」は，或る図形を移動したら，別の図形と完全な重ね合わせになる事である。この移動の際に図形が変形しない事は前提されているのである。氷，熱を持ったゴムなどは，たまたま（つまり，そういった物が我々の生活にとって，木や金属の様な関わりを持ってないという理由で），幾何学では念頭に置かれていないと言える。すると，何を長さの基準に採るかに応じて，そのつど「長さ」「合同」の意味も変わってくる。ここからユークリッド，非ユークリッドの違いを考える事が出来る。

幾何学のシステムは，各システム内の定理の違いによって，例えば三角形の内角の和に何度をあてがうか，等についての違いによって，無数にあり得る。ここでもし，「三角形」が例えば，球面上に，球面の二点間の最短距離を成すような線分の三本でもって描かれ図形を指すのであれば，「三角形の内角の和は180度。」は，角度の基準として球面外の直交座標を想定する限り，成り立たない。では，これでユークリッド幾何学が反駁されたことになるのか。この「三角形」という語が指す対象が一にして同一のもの，とする限りそうである。しかし，「三角形」が球面でなく，平面上の二点間の最短距離を成す線分，三本で構成されているのであれば，上の定理は成り立つ。別の角度から見てみる。今度は「三角形」でなく，「合同」の意味を変えてみる。上に言ったように，初等幾何学での「合同」は，身の回りの剛体の移動がもとになっている。この制限を外してみよう。移動中，物が長さを変える世界を想ってみる。つまり，物は空間中の位置，向きによってその長さを様々に変える。すると，ユークリッド幾何学の名のもとに複数のシステムが成立する事は，直観的に明らかではなかろうか。物が移動する間に或る一定の仕方で長さを変えるという事，これは逆に，物がその中にある空間が，或る一定の曲がりを有していて，それに従って物が曲げられると考えてもよい。（ここで空間を実体化したイメージを使う事が許されるならば，丁度，ゼリー状の物の固まりの中に液体が閉じ込められていて，この液体がゼリーの動きに従って，その形を変える様を考えればよい。）さて，この空間が曲がっていないとき，空間内に閉じ込められた物の各部の間に或る関係が，例えば，ピタゴラスの定理が成り立つとする。この関係は空間を曲げる事によって失われてしまうのだろうか。そうはならない。変形された後の図形と，以前の図形は，それらの図形に含まれるすべての点について，一対一の対応を付ける事が出来る。そしてかつ，この図形の曲がりに応じて，図形の長さを測る基準になる物も曲がるのである。すると，この変形を受けた図の長さの変化を，この曲がった空間の中では示す事が出来ない。身の回りに例を取るとこうである。車にはサイドミラーがついている。この凸面鏡に映るものはみな歪んで見える。人の姿，人と人

の間の距離，車と人の関係，みな鏡なしに見た世界と違って見える。そしてこの鏡の世界では，相似が成立しない。物はその位置によって，いわば絶対的な大きさ－形を持つ。だからといって，この鏡が事故を起こさせる事は普通ない。短時間の慣れで，我々はこの凸面鏡の世界での距離，形に関して誤る事はなくなる。上に述べた空間の変形による図形の曲がりは，このサイドミラーの世界と異なる所はない。この鏡の世界の外に直交座標を設け，鏡の表面上の物の長さを測れば，当然ピタゴラスの定理は成り立たない。鏡の中では何事も変わらず，この定理も成立する筈である。では，我々の世界が凸面鏡，或いは凹面鏡の中にある（ただし，三次元の鏡が考え得るとしてである,）と考えよう。すると，我々にとってのユークリッド幾何学は，鏡の外の生きものにとって，（それが，鏡の外の空間で直交座標を取るかぎり）非ユークリッド幾何学である。こう言える:円でないユークリッド図形を選び（例えば楕円），それを円であるとしてユークリッド幾何学を構成する事は可能である。その時，二点間の距離を表す式をそれに応じて変形すればよい。楕円の「平たさ」は無数であるから，この，円と楕円の間の変換も無数，これに応じて，ユークリッド，非ユークリッドの幾何学も無数に成立する筈である。この事は，直線，曲線，すべてについて言える[(9)]。

以上の事を一般的に言えば，それ自身で，ユークリッド的，或いは非ユークリッド的と言える様な図形はない，という事である。日頃，見慣れている物がそれ自体特別にユークリッド的な性格を持っているわけではない。平行な線路は遠くで交わっている様に見える。もしここで，パースペクティブによる，物の「見え」の幾何学を作れば，これはユークリッドにならない筈である。大森荘蔵の例を借りれば[(10)]，天井を見上げるとこれは，教科書の四角形をページの上に見るのと違って，ややふくれて見える。だからここで，合同の定義としてパースペクティブの一致という事を採れば，この天井－四角形はリーマン図形である。もし，合同が剛体の移動を意味するのであれば，天井はユークリッドの四角形になる[(11)(12)]。つまりこうなる:ユークリッド的な関係が成り立つ空間をユークリッド空間，非ユークリッド的な関係が成り立つ空間を非ユークリッド空間というのであるから，結局，空間それ自体として，ユークリッド空間，非ユークリッド空間を云々する事は出来ない。「空虚な空間」の可能性を語る事は，空間にもともと備わる構造を前提して初めて許される，と言う事は誤りである[(13)]。関係論者は，ユークリッド的か，非ユークリッド的構造を備えて，物によって占められるのを待っている空間，という考えを受け入れる必要はない。

c　幾何学の解釈について

空間そのものが非ユークリッド的であるという考えを生じさせたのは，新たな幾何学の発見だけでなく，その物理学への応用が成功したからである[(14)]。空間についてこう思われる原因をここで考えてみる。

二つの事が考えられる。まず第一に，幾何学で使われる，「だから」，「～でない」，「または」，

といった論理語以外の語，即ち未定義概念，例えば直線は，幾何学を応用する際には物理的な解釈が必要である。(例えば，直線を光の進路とする。) 次に，これに加えて，幾何学は完全に公理よりの演繹で成立する閉じられた体系であるという，有力な考えがある。この考えに従えば，幾何学は，何か具体的に与えられたものを扱うのではなくて，その定理の必然性は，公理からの演繹可能性と，未定義概念の使われ方についての一連の規則からのみ由来する。さて，今までの考察で，様々な幾何学が共存可能である事を見た。この事は，どんな定理でもその必然性は特定の公理体系に相対的である，との考えを支持する様にも思える。しかし，この事は，幾何学の共存可能性という事の必然的な結果ではない。この共存可能性は体系を異にすれば，字面は同じ定理でも，違った対象を指示する，という事実と裏腹であった。この様な意味で，非ユークリッド幾何学は，ユークリッド幾何学を排斥しないのである。

次の，未定義概念の物理的解釈の必要性は，こう言えるだろう。一旦，我々が「直線」を均質な媒体の中を進む光の進路，と解釈すれば，空間がユークリッド的かどうかを決定するのは物理実験，特に天文学の実験結果にかかっている。この解釈と実験なしでは，空間そのものの構造はいえない。しかし，この解釈の必要性は，幾何学は，それを一つの物理理論に仕立て上げる解釈あって初めて，「真」であったり「偽」であったり出来る，という事を必ずしも意味しない。この解釈の必要性という事から，幾何学は何か与えられたものを対象とはしない。いわば形式的な体系である，という主張は出てこないのではないか。空間の所与性，つまり，幾何学は空間について，物理的解釈をまたずして真であり得るという事，この事は物理的解釈が必要であるからといって，直接には退けられないのではないか。例えば，論理学では，二重否定は肯定になる。つまり，$\sim\sim p = p$. これを「経験的」に解釈して，「我輩は猫でない，という事はない。」は「我輩は猫である。」と等しいか。日常の言葉の使い方からすれば，二つの文は明らかに意味が違う。では，いつ，これらの文は意味が等しいと見做せるのか。文の意味を，その論理的な真偽にのみ着目して考える，つまり論理学的な考えに従った時だろう。つまり，「我輩は猫である。」を p と置き換えて考える時である。言い換えれば，この $\sim\sim p = p$ の正しさは経験をまたない。だからといって，この二重否定の法則が真理値を有すること自体が否定されるわけではない。逆に日常使われる文が，入り組んだ様子の時（例えば法律の条文），その真偽関係をこの論理の規則が明かしていく事が可能である。

幾何学はよく，純粋（公理的）幾何学，経験（物理的）幾何学，そして，直観幾何学と分類される。上の議論を言い換えれば，この分類による幾何学の間の関係をどう考えるか，という事になる。経験幾何学とは，例えば，「直線」として，張り糸や光の進路をあてて，これらの物の実測によって定理を組み立てていくことを考える，その様な幾何学である。この幾何学からの抽象として，例えば，「拡がりのない点」，「無限に広がる面」等を語る直観幾何学が生じてきた，こう言えるだろうか。そして，更に抽象が進めばこの直観幾何学は公理的幾何学となって，単に形式的な体系，公理的演繹をその筋とする体系が出来上がる。こう，捉えられる

のだろうか。経験幾何学が例えば「点」として，石を選ぶにしろ，何かの分子を選ぶにしろ，それは必ず「拡がり」を持っている筈である。しかし，拡がりあるもので，それ以上分割されないものを我々の直観は了解しない。ここで，拡がりを持たない「点」が登場する。この順序は，まず点の了解として石や雨滴があって，その後，「経験されない」，「拡がりのない点」が初めて，「抽象によって」考えられてくる，こうだろうか。もしそうだと言うなら，我々はいつまでたっても，「拡がりのない点」に行き着くことが出来ない筈ではないか。森の様でいて，実はそこに文字が隠されている，という様な絵がある。ふとした拍子に，或いは人から教えられてその字に気が付く。この時，字というものを知らない者にとっては，この絵は隠し絵ではない。絵をいくら眺めても木以外，何も見えてこないから。石や雨滴を見る事が，即ち拡がりのない点をそこに考える事でもあり得るのでない限り，ここでの「抽象」という事は無意味ではあるまいか。そして，又，この事は，その様な抽象概念が我々の方に，生得的にビルトインされている，それを経験で出会う物の形にかぶせて考える，というのではない。（丁度，チョムスキーというところの普遍的言語能力の様に。）むしろそれらは，丁度，物の形が物の属性という意味で物に備わっている，と言える様に，物の方にあるのではないか。物に様々な形を認めるといっても，その様々な形が，あらかじめ我々に生得的に概念として備わっているとは考えられない。（もしそうなら，物には一体何が残されるのか。）つまり，幾何学的直線とは，この紙の端の事である。自分にはこの端は幾何学的意味での直線としか見えない。経験幾何学が，直観幾何学の土台である，という事は或る意味で正しい。潅漑のため，建築のための測量は幾何学という体系に先行している。しかし，“H_2O”は，われわれが水にあてがう様になった「抽象概念」ではない。水が“H_2O”という化学の体系の中でその意味を得ている構造を有しているのである。経験幾何学と直観幾何学の関係は，或る意味で水についての「冷たい」，「塩を溶かす」といった記述と“H_2O”をその一つの要素として持つ化学の体系による記述に比べ得るのではないか。双方，水について，物について語っているのであって，生得概念やそれによる形式的体系について語っているのではない。

上に見た様々な幾何学は，幾何学の様々な側面を強調したものであって，三つの幾何学が各々独立して存在すると考える事は誤りである。

(2) カント空間，空虚な空間，非ユークリッド幾何学

さて，カントによる「空虚な空間」の探求を見ていこう。手始めに視覚的イメージというものについて考えておく。

初等幾何学で問題を解くなどする際，図形の視覚的な想像，或いは図形を簡単に描く事が役に立つ。しかし，今までの考察は単純な幾何学の問題を扱う時でも，既に図形的直観とでも言うべきものがある事を示唆する。例えば，直角三角形を考える。紙にその三角形を描く。この三角形の一つの角が89度か，90度かは区別がつかない。そしてこの事は問題を解く事に関わり

がない。88角形を視覚的に思い描く事は出来ない。しかし，88角形について，その対角線の数，内角の和，等を求める事は出来る。従って図形的，幾何学的直観とは，視覚的に図形を思い描く事，或いは実際，紙の上に描かれた図形について何か判断を下す事に，必ずしも縛られないものと考えられる。言い換えれば，初等幾何学でも，その証明問題などを考える際には，視覚的イメージのいわば概念化が生じている。さて，視覚的イメージということで，何が正確には意味されているのか。三角形を思い浮べる。円を思い描く。三角形がその円に内接している様子を思う。ここに何も問題はない様に思える。しかし，我々は，まず様々な図形，それらの関係を視覚的に思い浮べ，そしてそれをもとに考えを進めていくのか。もしそうならば，カントがユークリッド幾何学を，図形の諸関係について視覚的なイメージを描く事が可能，ゆえに綜合的でア・プリオリであるとした，という受け取り方も出来る様に思える。しかし，この事は成り立たない。上の三角形と円の例で言えば，円に任意の三角形が内接しているのを思い描く，この事は容易と思われる。しかし，そもそも三角形が円に内接出来る，とはどう了解されているのか。或る不等辺三角形はどうあっても円にぴったりとはまらない，いずれかの辺が円周を切ってしまう，とも想像できる。視覚的に思い描けるのではないか。ここでの視覚的イメージは決定的なものではない。では，何故我々は最初，「円に内接する三角形」を思い描いたのか。そう，習ったから，訓練されたから，これ以外の理由はないのではないか。つまり，ここでは，イメージが初めにあるのではなく，初等幾何学の規則，規範が最初にある。この規範が我々の想像力を導くのである。例えば，ライヘンバッハは，太陽で交わる二本の直線と，地球上で平行である二直線は，視覚的想像によって区別され得ない，と言う[15]。つまり，それらを区別するのは，ただ，一方を平行二直線とする，そう決める事以外にない。言い換えれば，平行という考え，概念を場面に読み入れるのである。

初等的なユークリッド幾何学の場合でも，視覚的想像は思考に決定的な役割を果たさない，つまり既にこの段階で，いわば不確定性が，視覚的イメージの解釈の不決定性とでもいうべきものがある。例えば，平行線の公理，この公理に関してはイメージや実際の作図は助けにならない。そして，この定かでない公理を別の公理で置き換えようとする試みが，非ユークリッド幾何学を産む事になる。視覚的想像は理論の読み込みが必要なのであり，当然，これは様々な公理化を可能にする。

この事は，幾何学的想像に限らず，想像全般について妥当する，見逃されやすい，しかし大切な制限である。例えば，ヒュームは，或る物，或る事柄が（視覚的に）想像可能である事と，その物，その事態が存在可能である事を同一視する。だから，と，ヒュームは言う，無からの創造も可能である。なぜなら，なにもない空間（多分，暗やみを想えばいいのだろう。）に急に，例えば，うさぎが存在し始める事を，想像できるから。この議論は誤りである。例えば，鴨川が燃え上がる様子を想像できるか。容易である。川が燃えさかりながら，四条，五条と下っていく。では，燃えているのは川の水か。その通り。水から炎が上がっている。しかし，

そうである事を，この想像の場面が人に納得させ，強制させるか。鴨川の水面を油がおおっていて，その油が燃えているのではないか。いや，自分は今，水が火を吹いている様を想像しているのだ，「だから」これは水が火を吹いている場面なのだ。ここで，この鴨川の場面が，何の場面なのかは，その場面をどう名付けるか，この事だけにかかっているのが分かる。では，この名付けの言葉の意味が了解されるか，否かが，問題なのである。想像のなかで何事かを確かめようとする事は，今，九時を指す時計が正確かどうか確かめようとして，その時計で一時間後に十時を指すのを待っている事と同様である。視覚的には同じ場面にいく通りもの読み込みが可能である，言い換えれば，或る場面が「何の」場面かは，その場面そのものによっては決定できない。普段の想像の場合にも，幾何学的想像と同じ制限が働いている。

「自然神学と道徳の原則の判明性」(1763) で，カントは哲学と数学の方法の違いについて，詳しい比較をしている。これら両者の違いについては，24年後に第一批判の中で再び強調される事になる。初期の論文の中でカントは，数学的概念というものはまず定義によって与えられるものである事を強調している。数学者は，哲学的に定義可能かも知れぬ，例えば「空間」という様な概念を，或いは，何らかの証明があるかも知れない，例えば二点間には一直線のみ，という命題を，所与として扱う。数学者の課題は，これら与えられた概念等を，結合比較し，これらからどの様な命題が演繹されるかを示す事にある。ここでは，空間や量一般といった概念を分析する事はない。数学では，概念の任意の結合によってその対象を定義してしまう事から，話が始まるのである。対照的に哲学では，その考察の対象の概念は，既に定義以前に与えられている。従って，ここでの仕事は，これら与えられた概念をその極限まで明確にする事である。[16] この主張は，カントの多くの初期の論点と同じく，第一批判に持ち込まれる[17]:

「約言すれば，哲学においては，精確でかつ明晰な定義というものは，これから自分の仕事を始めねばならないというのではなくて，むしろ，仕事をそこで終決せねばならないのである。これに反して数学においては，我々は定義よりも前におよそ概念をまったく持ち合わせていない，概念は定義によって初めて与えられるのである。それだから数学は常に定義から始めねばならないし又実際にも定義から始め得るのである。」(B759)「つまり哲学的定義は，分析（その完全さは，必然的に確実であるとは言えない）によってのみ成立するが，数学的定義は総合によって成立する，従って概念をみずから造るわけである。」(B758)

「数学的定義には，誤るという事は決してあり得ない。数学においては，概念は定義によって初めて与えられる，従って概念は，定義がその概念においてみずから考えた所のものしか含んでいないからである。」(B759)

「定義は数学では存在のため (ad esse) に必要であるが，哲学では現在よりもいっそうよい存在のため (ad melius esse) に必要なのである。」(B759　註)

引用箇所の近く，B762で，カントの数学論の中心を成す「構成」の語が導入されている。「構成」は概念の総合の際，ア・プリオリな直観が伴われている事をいう語である。この事に

よって，数学は普遍を具体的に，かつ純粋にア・プリオリな表象によって考察できる（B762-763)。「自然神学と道徳の原則の判明性」では，数学の公理的，演繹的性格が強調されていた。第一批判では，この性格と直観が結び付けられて考察されることになる。G・マルティンは，カントがユークリッド幾何学にこだわった理由というものを丹念に追求している[18]。マルティンによれば，カントは非ユークリッド幾何学についてかなりの知識を持っていた。これは，カントの友人であり，非ユークリッド幾何学の開拓者の一人であったランベルトによる。マルティンは，カントがこの新しい幾何学について語る事をしなかった理由を，この幾何学が構成可能でないという点に見る:ユークリッド幾何学は唯一，直観に伴われ得る幾何学であり，従って，カントに従えば，ただ一つの構成可能な幾何学なのである。するとここで，「直観」の語をどう解するかが問題になる。今まで非ユークリッド幾何学まで含めて考察してきた。これは，カントの空間論を，カント空間は様々な幾何学を包摂出来るか，否かを見る事によって，明らかにする道筋である。これまでの議論で示された事は，非ユークリッド幾何学の発見，そしてその物理学での応用は，空間は実際に非ユークリッド的である，という事を示唆するのでなく，むしろ，空間そのものがユークリッド的，非ユークリッド的である様に語るのは，意味を成さない，という事である。従ってこう言える。もし，カントの空間概念が様々な幾何学を含む事が出来るならば，それは「カント空間」が何か特定の構造を持つ様な空間を指さない事による。

「形而上学と幾何学との結合の自然哲学への応用－その一例としての物理的単子論－」（1756，略して「物理的単子論」[19]）に興味深い議論がある。ここでカントは，空間の分割可能性と空間を占める物体のそれとの区別を主張している。第一章第三節で，まず空間が無限に分割可能である事を，つまり，空間は「原初的な単純部分から成り立つものではない」(B346) 事を，直線中に考え得る無限というものを中心にして示す。次に，一方，どんな物体でも，それ以上分割できない部分というものから成る，と認める。「いかなる物体も全く単純な原初的部分から成り立つ」(B345)。この分割の可能性に関する違いは，「分割」という語の意味の違いによる。こういうわけである:空間はいかなる実体でもない。空間は「実体の外的関係の現れに過ぎない。」(B350)，それは実体の外的現前の舞台と見做される。だから，空間の分割は物体の分割と違って，独立に存在する実体を残すものではない。カントはここで，カントの頃の一般的傾向として，物体によって占められる空間の分割可能性と，物体そのものの分割可能性の同一視を言う。幾何学者と形而上学者の双方に或る混乱がある:空間の無限分割可能性を支持する者は，分割不可能である単純実体の考えを避けようとする，一方，単純実体を認める者は，幾何学の空間を単なる想像の産物と見做そうとする（B350)。両者とも，空間の分割と物体の分割を混同している。カントはこの二つの相反する立場の止場の可能性を，「分割」の意味を区別する点に見るのである。そして，この区別は，空間と物体の異なる存在様式の区別に対応している。

カントの議論で注目される事は，「分割」の意味の区分けがあって，空間の区分け，つまり，

幾何学の空間とその中で物が存在する空間との分離がない事である。言い換えれば，カントは「分割」の意味を二つに区別する事によって，物が占めるこの，一にして同一の空間を扱おうとするのである。このカントの，一つの空間という洞察は，我々の以前の考察で示唆された考えと呼応する。即ち，我々がそのうちに様々のユークリッド幾何学，非ユークリッド幾何学を思い描く空虚な空間は，又，物理学が合同，距離等についての定義が与えられた幾何学でもって，その構造を探求する空間でもある。カントの，唯一の空間についての関心は，又，第一批判で明確な表現を得る事になる：

「現象は決して物自体ではない。経験的直観は（空間及び時間という）純粋直観によってのみ可能である。従って，幾何学が純粋直観について言うところは，そのまま経験的直観についても異議なく妥当するのである。それだから感覚の対象は，空間における構成の規則（例えば，直線や角は無限に分割せられるというような）に従う必要はない，などという口実は止めねばならない。」(B206)

カントが既に早い段階から，その関係的な性格を念頭にしながら探求していたのは，このような空間であった。

カントが「物理的単子論」で批判する，空間の分割可能性と物のそれの混同が，初めに見た Hooker の議論で蒸し返されているのは明らかである：Hooker は，空間の連続性という事を，物の無限分割可能性という点に見ている。そして，「空虚な空間」は関係論者にとっては不可能とする，その理由が，関係論者は物なければ空間なし，という事を受け入れざるを得ない，という主張なのである。さて，これに関してカント自身，その初めての論文で，Hooker と相似た見解を見せているのは，興味深い。

「活力測定考」(1747)[20] でカントは，物が世界の内に，即ち空間中に，その位置を持たずに存在することが出来ると主張する。この一見，奇妙な事態は，「大変よく知られた真実」，つまり，共存する物の関係と結合は，実際に共存する物の持つ力同士の互いの作用による，この事に由来する。従って物が位置，場所を持つとは，それが実際，他の物と外的関係を持つ事である。しかし，全て独立して存在するものは，一切の自己の自己たる規定を自己の内に持つ。だから，他の物との関係は物の存在に是非必要というわけではない。すると，物の存在は，他の物と関係を持つ持たないにはよらない，となる。一方，物の場所は他の物との実際の関係によるのだから，物があって，しかも，それがどこにも存在しない，という事があり得るのである。[21]

以上のカントの議論は，位置というものは実際に存在する物の間の関係である，つまり空間は実際に存在する物の持つ力相互の関係である，という考えに基づいている。物の存在と空間の存在は，従って，切り離せない。切り離せないのは，物が空間を織り成すと考えられているからである。このカント自身の考えが「物理的単子論」で批判されていた。そこでは，空間はその内に物が存在すると共に，幾何学的概念がそこで成立する空間でもあった：「どんな物も一定数の単純要素から成る。しかし，その要素の充たしている空間は無限分割を容れる，だか

ら，物の要素はどれも，さらに分割できる空間の部分，即ち，或る一定の空間を占めている。[22]」（下線，筆者）「物理的単子論」では，しかし「空虚な空間」について決定的な事が言われていない。空間の実体性を否定し，それを物の外的関係の現れ，としても，まだこれでは，物の存在しない空間をどう考えるか，については決定されない:

「さて，ここに至って，動きと静止に関しての表現に何かが欠けている事が分かる。或る物が静止している，と言う時，それがどの物に対して静止しているのかを言わねばならない；或る物が動いていると言う時，それがどの物に対してその関係を変えているのか，その物を名指す必要がある。さて，ここで一切の物を欠いた数学的空間を，物の容器として想っても何の役にも立たない。なぜなら，物体的なものを一切欠いた同じ場所や異なる場所などというものを一体どうやって区別するのか。[23]」

ここでカントは，空虚な空間の表象として，物を欠く空の容器などというものは不適切である事を，よく知っている。しかしでは，空虚な空間をどう描けばいいのか。これについて完全に明確な答えは，第一批判に至ってようやく与えられる。

「空間は，ア・プリオリな必然的表象であって，この表象は一切の外的直観の根底に存する。空間のなかに対象が全く見出されないと考えるのは，きわめて簡単である。しかし，空間そのものがまったく存在しないと考えることは，絶対に不可能である。それだから空間は，現象に依存する規定ではなくて，現象そのものを可能ならしめる条件であり，外的現象の根底に必然的に存するア・プリオリな表象なのである。」(B38-39)

「諸君は物体という経験的概念を持っているが，この概念から物体における一切の経験的なもの—即ち，色，固さや軟らかさ，重さ，それどころか不可入性に至るまで次第に除き去ってみ給え。それでもこの物体（今ではすっかり消失してしまった）が占めていた所の空間は残っている。しかし，諸君はこの空間をも除き去ることはできまい。」(B5-6)

ここでは，「空虚な空間」は，「対象がまったく見出されない」空間として，或いは，「物体がすっかり消失してしまった」空間として表現され，それが「ア・プリオリな必然的表象」さらには（上に引いた箇所のすぐ後，B39で）「純粋直観」に置き換えられる事になる。これは，カントの空間探求の最後の一歩である。カントの上の文を別の表現にしてみると，こうなるか:空虚な空間というものを思い描こうとする努力の極まるところ，我々の得るものは，自らの感性の形式である。

カントは非ユークリッド幾何学に言い及ばなかった。しかし，このことによって，カント空間は，何かを欠く空間にはならない。ユークリッド幾何学を容れる空間は，非ユークリッド幾何学をも容れざるを得ないから。カント空間が何か問題を持つとすれば，それはカントが空間そのものを，言い換えれば，「空虚な空間」を，それそのものの構造を持つと考えた場合である。しかし，カントは空虚な空間を直観の形式とした。この感性の形式は，勿論，ユークリッド的でも，非ユークリッド的でもない。空間そのものについて，それがユークリッド的，非

ユークリッド的と言う事が意味を成さないのであれば，ユークリッド的直観を言う事も意味を成さない。では，もしカントが我々の感性の形式をユークリッド的と見ていたならばどうか。しかし，前見たように，「構成」は空間直観に基づくとされていた。そして，例えば直線の無限分割をカントは構成の法則としているのである。これはカントが「直観」を何か視覚的なもの，知覚可能なものに限っていたのではない証である。ならば，ユークリッドとともに，非ユークリッド幾何学の構成を容れる余地を，この「構成」概念は残している，と，考えるのが妥当ではないだろうか。

カント空間は，カントの超越論的観念論の基礎にある，即ち，「自我」を探求する組織立ての基盤を成している。この空間論は，幾何学観は，どのように自我論と関連するか。この問題は，又，別の論考を要する。

注

(1) "The Relational Doctorine of Space and Time", *British Journal for Philosophy of Science,* 22, 1971

(2) ibd. P. 97

(3) ibd. P.102-103

(4) ibd. P.99-101

(5) 例えば，H.M. Lacey, "The Scientific Intelligibility of Absolute Space: A Study of Newtonian Argument" *Brithsh Journal for Philosophy of Science,* 21, 1970, P. 319, 323
ここで Lacey は，関係論者の考えによれば，物体の組があれば空間を構成するのに十分の筈であると言い，そしてこの事は空間の連続性をそこなうだろう，と主張する。

(6) *The Leibniz-Clarke Correspondence,* ed. H. Alexander, Manchester U.P. 1956

(7) この方向の詳細な議論は，L. Sklar, *Space, Time, and Spacetime,* ch. III, "Absolute Motion and Substantival Spacetime" Section A, 2, University California Press. 1974

(8) 例えば，M. Jammer, *Concept of Space, The History of Theories of Space in Physics,* Harvard U.P. 1969, P. 146-147

(9) 同様の趣旨で数学的な議論は，A. Grünbaum, *Philosophical Problem of Space and Time,* ch. 3, B. Dortrecht: Reidel, 1973 Boston Studies in Philosophy of Science; vol. 12

(10) 大森荘蔵，"空間について"，科学時代の哲学３　培風館，P. 59

(11) 従って，ストローソンが言うところの「現象幾何学」，これはカントがユークリッド幾何学に固執したとして，その弱点を補う意図で提案されたものだが，これは全く的外れである事が分かる。この幾何学は"対象の見え"の幾何学であるが，これは目当てのユークリッド幾何学を結果しない。P.F. Strawson, *The Bounds of Sense,* Part Five, 2, Methuen. 1966

(12) ストローソンの批判では次が同趣旨。J.R. Lucas, "Euclides ob omni naevo vindicatus" *British Journal for Philosophy of Science,* 20, 1969, P. 6

(13) 同じ結論では，H.Reichenbach, *The Philosophy of Space & Time,* Dover Publications, 1958, ch. 1, esp. P. 56 - 57

(14) この様な幾何学観として，例えば，J. Bennett, *Kant's Analytic,* Cambridge University Press, 1966, P. 27
ここでベネットは，ユークリッド幾何学は「直線」,「合同」，といった語に，そのもとでユーク

リッド体系が物理理論を構成する様な物理的解釈を施した後，はじめて真であり得る，と主張している。

(15) H.Reichenbach, ibid. P. 46

(16) *Untersuchungen über die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlichen Theologie und der Moral*, Insel 版の第一巻，P. 746, 748

(17) 以下，「純粋理性批判」の引用は篠田英雄訳の岩波文庫版による。

(18) G.Martin, *Immanuel Kant, Ontologie und Wissenschaftstheorie*, 1951, Teil 1, §2, §3

(19) *Metaphysicae cum Geometria lunctae Usus In Philosophia Naturali, Cuius Specimen I.Continet Monadologiam Physicam*, Insel 版の第一巻

(20) *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte und Beurtheilung der Beweise*, Insel 版の第一巻

(21) ibid. P. 31 - 32

(22) *Monadologiam Physicam*, ibd. 特に P 531 - 535 の議論参照

(23) *Neuer Lehrbegriff der Bewegung und Ruhe*, 上記，Jammer による訳，M.Jammer, ibd. P. 132