佛教大学社会学部論集　第68号（2019年3月）

論　文

1票の重みの平等性と総定数

山　口　　　洋

〔抄　録〕

他の条件を一定としたとき，選挙区選挙の総定数（議員定数の総計）の増減によって，1票の重みの平等性（本稿はローレンツ優越の概念で評価）がどう変化するかが，(1) 配分方式として除数5方式のいずれかを一貫して採用する，(2) 異なる選挙区間で1票の重みが完全一致することはない，という前提の下に検討された。その結果，以下のことが明らかとなった。最大較差（1票の重みの最大値／最小値）が2倍を超えるとき，定数減は，より不平等な配分を生み出すことはあっても，より平等な配分をもたらすことは決してない。この場合，人数規模の小さな議会を求めることと1票の重みの平等を求めることは，選挙区割りの変更を行わない限り，両立不可能である。しかし，最大較差が2倍以下であれば，定数減によって元の配分よりも平等な配分が実現することがあり（このときの減分を本稿は余剰定数と呼ぶ），そこでは1票の重みの平等を求めることと，人数規模の小さな議会を求めることは矛盾なく両立する。

キーワード：1票の重み，総定数，ローレンツ優越，最大較差，余剰定数

1. 序論　－1票の重みの平等を求めることと，議員定数を減らすこと－

選挙制度改革の論議において，総定数（議員定数の総計）を増やすべきか否かが，争点となることがある。そこでは1票の重みの不平等を（特定の人々に改革の痛みを強いることなく）縮小させるためには総定数を増加させるのがよい，とする考え方と，効率性を重視する立場から，人数規模の小さな議会をよしとする考え方とが対立する。

総定数を増やせば議席配分の仕方のバリエーションも増えるから，直観的には，それを人口に比例させることも容易になりそうに思われる。また，総定数を維持したまま，議席配分または選挙区割りの変更によって1票の重みの不平等を縮小させれば，定数減となる特定地域の

人々に改革の「痛み」を強いることになるが，総定数を増やして1票の重みを平等化すれば，改革の痛みを，税負担（議員歳費等）の増加という形ですべての人々に分散できる。

しかし，そうした税負担の増大こそ，効率性を重視し，「小さな政府」を理想とする人にとっては許しがたいことである。また効率性を特に重視しない人であっても，定数増を最終決定するのが現職の議員自身であることには，何ほどかの危惧を抱くであろう。総定数の増加は現職議員の利害に合致している。定数増によって現職議員は再選しやすくなるからである。したがって，1票の重みの平等化を大義名分にした定数増をいったん認めてしまえば，その増大傾向に歯止めが利かなくなるかもしれない，と危惧する人は多いのではないだろうか。

最近の日本では，参議院において総定数を増やすか否かが争点となった。2018年7月，1票が最も軽い埼玉選挙区の状況を改善し，しかも他の選挙区の状況を悪化させないための策として，選挙区における2019年の半数改選時の総定数を73から74へと増やし（埼玉の定数は3から4に増えた），合わせて比例区の総定数（同じく半数改選時）を48から50に増やすことが議決されたが，その際には与党議員の中からも「造反者」が出ている。最大の争点は2016年選挙で合区となった鳥取・島根，徳島・高知の「救済」を目的として，比例区の総定数を増やすことの是非にあったが，選挙区を含めた定数増それ自体への反発も少なからずあった(1)。ちなみに，アメリカ合衆国の下院では，18世紀末に65だった総定数が，20世紀前半には現行の435までに膨れ上がったが，その過程でも同様の構図の論争が繰り広げられたようである(2)。

このように1票の重みの平等化を求めることと，人数規模の小さな議会を求めることは相対立することに思われるが，本稿が示したいのは「必ずしもそうではない」ということである。後述するように，両者が真っ向から対立するのは，平等化があまり進んでいない段階でのことである。平等化がある程度進んだ段階では，総定数のいくらかの増加が，却って不平等の拡大をもたらすケースが出てくる。逆に言えば総定数をいくらか削減することで，1票の重みの不平等が縮小するケースが生じる。この場合，1票の重みの平等を求めることと，人数規模の小さな議会を求めることは，矛盾しない。他の条件を一定としたとき，総定数のいくらかの削減によって1票の重みの不平等が縮小するならば，本稿ではその削減分を「余剰定数」と呼ぶ。たとえば，総定数を2議席削減することで不平等が縮小するならば，元の配分には2議席分の余剰定数があったことになる。

本稿は，こうした余剰定数が発生するための条件を明らかにしたい。また，それを通じて，1票の重みの平等を求めることと人数規模の小さな議会を求めることが対立するのはどんな場合なのか，また両者の折り合いがつくのはどんな場合なのかを明確にしたい。

ここで，先行研究を振り返り，本稿の特徴を明確にしておく。他の条件を一定として，総定数だけを変化させたとき，そこから導かれる配分がどう変化するかに関する研究は，過去に既に行われている。たとえば，総定数を増加（減少）させると逆に定数減（増）となる選挙区が

出る現象，すなわち「アラバマ・パラドクス」に関する研究は，アメリカ合衆国において盛んに行われ，除数方式（2.2節参照）を用いることでこのパラドクスが避けられることが明らかにされてきた（Huntington 1928, Balinski & Young 2001）。しかし，これらの研究は，総定数の増減によって生み出される部分的な不合理に関する研究であって，総定数の増減によって全体の不平等度がどのように変化するかについては，十分，明らかにされてこなかった。

最近の日本における研究としては品田（2016）のものが挙げられる。品田（2016）は衆議院小選挙区の総定数を300から250まで5ずつ減らすと，都道府県間配分における最大較差(3)（1票の重みの最大値を最小値で割った値）がどう変化するかを，2010，2015年の人口データに基づき，5種類の配分方式(4)について分析している。その結果，定数減に伴い，最大較差は概ね増大傾向を示すことが明らかにされ，「一般的に，定数が小さくなるほど，配分結果は比例的でなくなる」（品田2016 : 95頁）とされている。しかし品田（2016）の関心の焦点は配分方式の比較にあり，総定数の増減に応じて1票の重みの平等性がどう変化するかについて，これ以上の細かい言及はない。また，この分析でもっぱら使われている最大較差は，1票の重みの最大値と最小値のみを用いる点で，不平等度の指標としては不完全なものである(5)。

そこで本稿では，ローレンツ曲線とローレンツ優越（2.1節参照）の概念を用いて，1票の重みの全体的な不平等度を把握する。そして他の条件を一定としたとき，総定数の増減が，除数5方式（2.2節参照）で導かれた議席配分の不平等度をどう変化させるかを分析する。

本稿の結論は次のようなものである。除数5方式のどれかを用いた議席配分において，最大較差が2倍を超えるならば，余剰定数が発生する可能性は無い。すなわち，選挙区割りを変えない限り，総定数の削減が不平等の縮小をもたらすことはない。「小さな立法府」を信奉する人々は，もっぱらその立場から定数減を主張するかもしれないが，現状において最大較差が2倍を超えていれば，その主張は1票の重みの平等化にとってプラスにはならない。しかし，最大較差が2倍以下であれば（さらに条件を絞るなら1票の重みが最大となる選挙区の議席数が2以上の場合には）余剰定数が発生する可能性が出てくる。すなわち，総定数の削減によって1票の重みの不平等が縮小するケースが生じる。この場合，人数規模の小さな議会を求めることと，1票の重みの平等を求めることは，二律背反にはならない。言い換えれば，最大較差が2倍以下となったところで，定数増の平等化効果は頭打ちとなり，定数を増やすことの大義名分は失われる。よって1票の重みの平等化を大義名分とした総定数の増大は，最大較差が2倍以下となったところで，自ずと歯止めがかかる。

以上のことを示すため，次の第2節では基本概念を定義・説明する。それに基づいて，第3節では，数値例として，参議院選挙区の総定数を増減することによって，1票の重みの平等性がどう変化するかを示す。第4節では，余剰定数が生じる条件を明らかにする。最後の第5節では，改めて結論を述べるとともに，その政策的な含意についても論じる。

2. 基本概念

2.1. 本稿の仮定とローレンツ曲線・ローレンツ優越

総定数（総議席数）を A，選挙区（または議席配分の対象となる区域）の数を M，総人口を P とする。選挙区 $i(=1,...,M)$ に配分される議席数を a_i と表す。a_i は 1 以上の整数で $\Sigma a_i = A$ である。ここで選挙区 i の人口（または有権者数）を $p_i(\Sigma p_i = P)$ とすると，選挙区 i の 1 票の重みは a_i/p_i と表される。なお，各選挙区の議席数からなるベクトル，a_1，...，a_M を本稿は「議席配分」または「定数配分」，もしくは単に「配分」と呼び，各選挙区の人口からなるベクトル $p_1, ..., p_M$ を本稿では「人口分布」と呼ぶ。

以上の定義について補足する。第 1 に，日本では，次の選挙に向けての定数是正は「人口」に基づいて行うが，実施された選挙での 1 票の重みは「当日有権者数」に基づいて計算するのが慣習となっている。本稿では，もっぱら人口を分母にして 1 票の重みを計算するが，人口を有権者数に読み換えても，議論の本質に全く影響はない。第 2 に，本稿で言う「選挙区」とは，正確に言えば人口に比例した議席配分が求められる区域のことを指す。日本の参議院の場合，文字通り選挙区の数（45 選挙区）が M となるが，衆議院小選挙区選挙における都道府県間定数配分の場合，M は都道府県の数であり，合衆国の下院の場合には M は州の数になる。第 3 に，本稿では各選挙区に必ず 1 以上の議席(6)が配分されるものとする。現実政治において配分ゼロの選挙区が生じれば，必ず配分方法または選挙区割りが見直されることになるからである。

なお本稿では，異なる選挙区間で 1 票の重みが完全一致することはない（ごく稀には起こり得るが）との仮定を置く。その理由は，選挙区間で 1 票の重みが完全一致するというごく稀なケースを考慮に入れると，議論が極めて煩雑になるためである。たとえば，この種のケースが生じる人口分布の下では，本稿で扱う配分方式（除数 5 方式）の解が求まらない場合がある(7)。また第 4 節での数理的分析も様々なところで煩雑化を免れない。そこで，現実にはほとんど生じないレアケースを考慮した複雑な議論を展開するよりも，ごく一般的な場合のシンプルな分析結果を示す方が有益だと考えた。

本稿は，ある配分の 1 票の重みの平等性を，ローレンツ曲線およびローレンツ優越の概念で定義する。1 票の重みの平等性を論じる際に，日本で最もよく使われてきた指標は，最大較差であるが，ローレンツ曲線・ローレンツ優越を用いるアプローチは，最大値と最小値の格差だけでなく，全選挙区・全人口の間に生じる格差の度合いを把握する点に特徴がある。その他の特徴については山口（2018）を参照されたい。

1 票の重みのローレンツ曲線とは，全選挙区を 1 票の重みの昇順に並べ，累積人口比率を x 軸に，累積議席比率を y 軸にとった 2 次元座標に，全選挙区の値をプロットして順に折れ線

で結んだものである。これは全選挙区の人口を，その人が持つ1票の重みの昇順に並べたときのローレンツ曲線ということもできる。このローレンツ曲線（正確には折れ線）において，各選挙区に対応する線分の傾きは，各選挙区の1票の重みの P/A 倍になっている。また2次元座標の（0,0），（1,1）の点を結ぶ直線を完全平等線といい，仮に全人口の1票の重みが等しければ，ローレンツ曲線はこの完全平等線に一致する。そして，実際の曲線が完全平等線から離れていればいるほど，1票の不平等度が大きいと判断される。

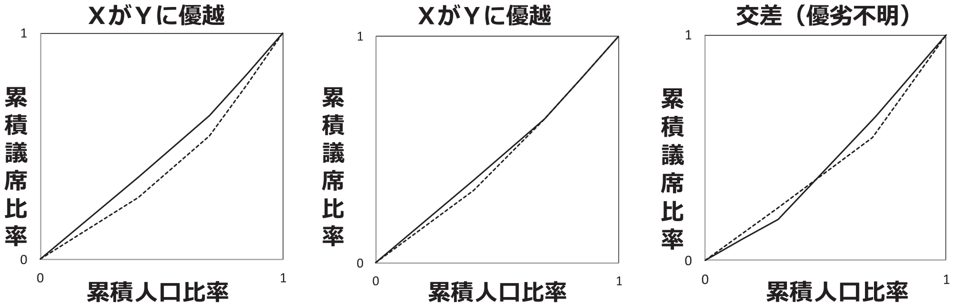

図1　ローレンツ優越
選挙区数・人口分布を一定としたときの配分 X（実線）と Y（点線）の比較

図1は，選挙区数・人口分布を一定としたときの，配分 X（実線）と配分 Y（点線）の1票の不平等度を比較したローレンツ曲線である。図1の左および中央の状態のとき，配分 X（実線）が Y（点線）を「ローレンツ優越する」という。左側の図では配分 X の曲線のすべての部分が，Y のそれの上部に位置している。中央の図では両者の曲線は一部重なっているが，交差はしておらず，部分的に X が Y の上部に位置している。一方，右側の図はローレンツ曲線が交差するケースを示している。この場合，配分 X と Y の優劣は不明である。

配分 X が Y にローレンツ優越するなら，相対的測度(8)というカテゴリーに含まれる不平等指標は必ず X より Y の不平等度を大きく見積もる。相対的測度のカテゴリーには，ジニ係数，MLD（平均対数偏差），タイル測度，変動係数など，社会科学一般で用いられる不平等指標の多くが含まれる（Sen 1997＝2000）。配分 X が Y に優越するなら，これらの指標は一致して Y の不平等度が大きいものと判定する。一方，配分 X と Y のローレンツ曲線が交差するなら，これらの指標は双方の不平等度について食い違った評価を与える可能性がある。

ここでローレンツ優越と最大較差の関係について述べておく。一般に，配分 X が配分 Y にローレンツ優越するなら，配分 X の最大較差は配分 Y の最大較差と同じか，それを下回る。図1の左および中央のグラフで明らかなように，配分 X が Y をローレンツ優越するなら，配分 X を表すローレンツ曲線の（原点から数えて）最初の線分の傾きは Y のそれ以上となり，同じく配分 X の最後の線分の傾きは Y のそれ以下となる。そして，最大較差は最後の線分の傾きを最初の線分の傾きで割った値に等しい。よって，X の最大較差は Y の最大較差と同じ

か，それを下回ることになる。ただし，配分 X と Y の最大較差が同じだったとしても，一方が他方にローレンツ優越するケースはありうる。

2.2. 除数5方式とその性質，余剰定数，2倍原理

除数方式とは，既定の総定数の下で各選挙区に近似的な人口比例配分を行う方法の一種である。完全な比例配分を行うには各選挙区（i）に $A \times (p_i/P)$ の議席を配分する必要がある。この値は取り分（quota）と呼ばれる。しかし取り分は通常，整数にはならず，何らかの方法で整数に丸めなければならない。そして丸めた値の合計値は多くの場合，既定の総定数に一致しない。そこで取り分の計算式の「P」を別の値「X」（これが除数である）で置き換え，丸めた議席数の合計が既定の総定数となるように調整する。この方法一般を除数方式という。

除数方式は $A \times (p_i/X)$ を整数に丸める際の仕方によって，さらに細分化される。中でも代表的な5方式を，本稿は「除数5方式」と呼ぶ。これらはそれぞれ，提唱した合衆国の政治家や統計実務家の名前をとって，アダムズ方式，ジェファソン方式，ウェブスター方式，ヒル方式，ディーン方式と呼ばれている(9)。アダムズ方式では $A \times (p_i/X)$ の端数を切り上げ，ジェファソン方式では切り捨てる。ただし端数を切り捨てると配分ゼロの選挙区が出てくるので，そうした選挙区には別途1議席を与える。配分ゼロの選挙区が出た場合の扱いは以下の方法も同様である。ウェブスター方式は端数を四捨五入する。すなわち，$A \times (p_i/X)$ の前後の整数の算術平均を境として，どちらに丸めるかを決める。同じくヒル方式では，前後の整数の幾何平均を境として，ディーン方式では同じく調和平均を境として，どちらに丸めるかを決める（Huntington 1921, Balinski & Young 2001）。

除数5方式の解（つまり各方式で求めた議席配分）には共通する特長がある。第1に，除数5方式の解における2選挙区間の1票の重みの「格差」は，当該選挙区間の1議席の移転によってさらに縮めることはできない。5方式の違いは，この命題における「格差」の定義の仕方に求められる。それを1票の重みの「比」で定義するのがヒル方式，「差」で定義するのがウェブスター方式である。これに対してディーン方式はそれを1議席の重み（p_i/a_i）の差で定義する。また2選挙区の1票の重みのうち大きい方を a_S/p_S，小さい方を a_T/p_T とすると，アダムズ方式は $a_S - a_T(p_S/p_T)$，ジェファソン方式は $a_S(p_T/p_S) - a_T$ で格差を定義していることになる。本稿では発見者の名前をとり，以上の事実を「ハンチントンの定理」と呼ぶことにする（Huntington 1921, 1928）。

第2に，本稿の冒頭で既に述べたように，除数5方式（を含む除数方式一般）の解においてアラバマ・パラドクスは生じない。他の条件を一定としたとき，総定数の増加（減少）に反して議席が減少（増加）する選挙区が存在することをアラバマ・パラドクスと呼ぶ。過去の研究（Huntington 1928, Balinski & Young 2001）が明らかにしている通り，除数方式を用いればアラバマ・パラドクスが生じることはない。

ちなみに合衆国建国以来の論争を経て，下院で現在正式に採用されているのはヒル方式だが，ウェブスター方式を推奨する研究も多い(10)。また日本の衆議院における小選挙区の議員定数は，2020 年の国勢調査以降，アダムズ方式によって各都道府県に配分される予定になっているが(11)，この方式は，合衆国の論争の歴史の中では，人口規模の小さな選挙区に偏った配分を行うものとして却下されている(12)。このように 5 方式のどれを採用するかについては，なお議論の余地が残されている。しかし，本稿ではこの問題は扱わず，5 方式に共通する性質のみを扱う。

ここで本稿のキー概念である「余剰定数」を明確に定義しておく。選挙区数と人口分布を一定とし，総定数のみを変化させる状況を想定する。そして序数 5 方式のどれかひとつを一貫して採用し，総定数の増減に応じて各選挙区への配分議席を決定したとする。このとき，総定数を「α 議席」だけ削減した後の配分のローレンツ曲線が，元の配分のそれに優越するならば，元の配分には「α 議席の余剰定数が存在する」と表現する。

最後に，1 票の重みに関する簡単な法則性，すなわち「2 倍原理」を示そう。選挙区数と人口分布を一定としたとき，ある選挙区の議席を 1 増しても，その選挙区の 1 票の重みは 2 倍を超えては増大しない。同じく 1 減してもその重みは元の 1/2 を下回らない。言い換えれば元の重みは 1 減したときの重みの 2 倍を超えることはない。これらをまとめて本稿では 2 倍原理と呼ぶ。2 倍原理が真であることは，各選挙区の議席数が 1 以上の整数であることから自明である。議席数を「1」から「2」に増やした時，重みの増分は最大値の「2」とり，議席数を「2」から「1」に減らしたとき，重みの減分は最小値の「1/2」をとる。後述するように，2 倍原理は，最大較差が 2 倍を超えるか否かで状況がどう違うのかを理解するのに役立つ。

3. 数値例

図 2 は，参議院選挙区選挙の半数改選時の総定数を 70 から 120 まで変化させると，アダムズ方式による配分の最大較差がどう変化するかを示したものである。なお人口データ(13)は 2018 年 1 月 1 日現在のものを使用し，選挙区は現行（2018 年現在）の 45 選挙区とした。本稿冒頭でも述べたが，2018 年 7 月成立の改正公職選挙法によって，2019 年の参議院選挙区の総定数（半数改選時）を 73 から 74 に増やすことが決まっている。また 2016 年，2019 年選挙での議席配分はアダムズ方式の解である。よって図 2 から，この改革の結果，最大較差が 3 倍強（3.087）から 3 倍弱（2.949）へ改善されたことを読み取ることができる。

さて図 2 をみると，最大較差は 70 から 100 くらいまで単調減少の傾向を示し(14)，総定数＝99 のところで 2 倍を下回る。そして総定数が 100 以上になると，最大較差は 2 倍未満をキープするものの上下動を示すようになり，総定数＝120 まで概ね横ばいの傾向となる。要するに，総定数の増加につれて最大較差は縮小していくが，その傾向は較差が 2 倍を下回ったと

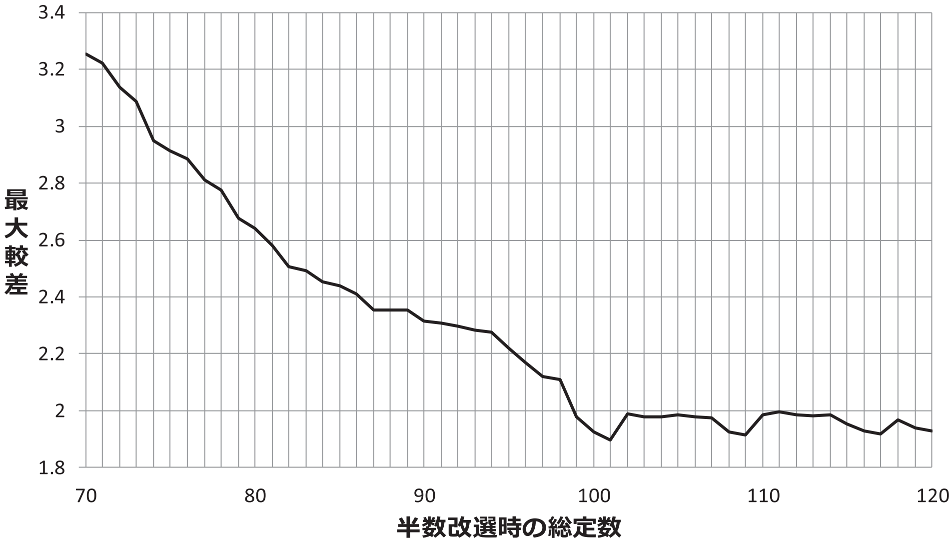

図 2　参議院選挙区における半数改選時の総定数とアダムズ方式の解の最大較差
2018 年 1 月 1 日現在の日本人の人口（総務省発表）と選挙区割りに基づく

ころで頭打ちとなる。

同じく総定数を 70 から 120 まで変化させて得られた配分同士のローレンツ優越性を調べてみると(15)次のようなことがわかった。まず，最大較差が 2 倍を超える総定数が 70 から 98 までの範囲では「余剰定数」は一切発生しなかった。つまり総定数を減らすと，元の配分にローレンツ優越する配分が得られるケースは存在しなかった。存在したのは総定数の増加によって元の配分にローレンツ優越する配分が得られるケースと，双方のローレンツ曲線が交差するケースだけであった。

これに対して，最大較差が 2 倍以下となる範囲，すなわち総定数が 99～120 の範囲では，余剰定数の発生がみられた。これを示したのが表 1 である。表 1 の「＋」は，行側の総定数の下で得られた配分が列側のそれをローレンツ優越することを示す。「－」は逆に列側が行側にローレンツ優越することを示す。「0」は双方のローレンツ曲線が交差していたことを示す。表 1 の右上半分に注目すれば，「＋」の印で，余剰定数の発生を確認できる(16)。

表 1 において，総定数が 100 のときの配分は 118 のときのそれに優越している。つまり総定数＝118 のときには 18 議席の余剰定数が発生しており，この 18 議席の削減によって，より平等な議席配分が実現することになる。同様に総定数を 102, 103, 112, 114, 115, 118, 120 から 101 に削減することで，より平等な配分，つまり元の配分にローレンツ優越する配分が得られる。同じく総定数を 105 から 104 へ，110～115, 118 から 108 へ，110～116 から 109 へ削減することで，より平等な配分が得られる。

以上の結果をまとめると次のようになる。参議院選挙区の数値例において，最大較差が 2

表 1　参議院選挙区の半数改選時の総定数とアダムズ解のローレンツ優越性
2018 年 1 月 1 日現在の日本人の人口（総務省発表）と選挙区割りに基づく

	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
99	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+	0	0
101	0	0	*	+	+	0	0	0	0	0	0	0	0	+	0	+	+	0	0	+	0	+
102	0	0	−	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
103	0	0	−	0	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
104	0	0	0	0	0	*	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
105	0	0	0	0	0	−	*	0	0	−	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
106	0	0	0	0	0	0	0	*	0	−	−	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
107	0	0	0	0	0	0	0	0	*	−	−	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
108	0	0	0	0	0	0	+	+	+	*	0	+	+	+	+	+	+	0	0	+	0	0
109	0	0	0	0	0	0	0	+	+	0	*	+	+	+	+	+	+	+	0	0	0	0
110	0	0	0	0	0	0	0	0	0	−	−	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	−	−	0	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0
112	0	0	−	0	0	0	0	0	0	−	−	0	0	*	0	0	0	0	0	0	0	0
113	0	0	0	0	0	0	0	0	0	−	−	0	0	0	*	0	0	0	0	0	0	0
114	0	0	−	0	0	0	0	0	0	−	−	0	0	0	0	*	0	0	−	0	0	−
115	0	0	−	0	0	0	0	0	0	−	−	0	0	0	0	0	*	0	−	0	0	−
116	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	−	0	0	0	0	0	0	*	0	0	0	0
117	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+	+	0	*	0	0	0
118	0	−	−	0	0	0	0	0	0	−	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*	−	−
119	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+	*	0
120	0	0	−	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+	+	0	0	+	0	*

＋…行側が列側にローレンツ優越　- …列側が行側にローレンツ優越　0…両曲線が交差

倍を超える総定数 98 人以下の範囲では，定数増が概ね平等化効果を持つと言ってよいが，最大較差が 2 倍以下となる総定数 99 人以上の範囲では定数増の平等化効果があまりみられず，逆に定数増が不平等の増大につながるケース，すなわち余剰定数が発生するケースが目立つ。次節で示すように，こうした傾向は一般法則であって，どこで行われる選挙区選挙にも，またアダムズ方式以外の除数 4 方式を採用した場合にも当てはまる。

4. 余剰定数が生じるための必要条件

4.1. 最大較差が 2 倍以下であること

除数 5 方式（のいずれか）で議席配分を行う場合，余剰定数が生じる可能性，すなわち総定数を減らして元の配分にローレンツ優越する配分が得られる可能性があるのは，元の配分の最大較差が 2 倍以下[17]となるときであり，2 倍超のとき，その可能性はない。本節ではこのことを証明しよう。

選挙区数 M，人口分布 p_i を一定とする。総定数が A のとき，除数 5 方式のいずれかを適用して得られた配分を Z_1 とし，Z_1 における最大較差が 2 倍を超えているものとする。同じく総定数が $A-\alpha$（α は 1 以上で $A-M$ 以下の整数）のとき，同じ方式を適用して得られた配分を Z_2 とし，Z_1 と Z_2 に対応するローレンツ曲線をそれぞれ L_1，L_2 とする。なお Z_1，Z_2 ともに同

じ除数方式の解だから，Z_1 から Z_2 へ移行（総定数が A から $A-\alpha$ に減少）することで，議席が増加する選挙区は存在しない。既に述べたように，除数方式を用いればアラバマ・パラドクスは生じないからである。

Z_1 から Z_2 への移行で定数減となる選挙区のうち，Z_1 で最も1票の重みが重い選挙区 S を考える。また選挙区 S の1票の重みは，Z_1 全体の中で昇順 k 番目であったとする。2.2節で述べたように，本稿は異なる選挙区の1票の重みが完全一致するレアケースを考慮の対象外としている。したがって，L_1 における原点から k 番目の線分の傾きは，選挙区 S の1票の重み（の P/A 倍）を表していることになる。また，選挙区 S は Z_2 において定数減となった選挙区のひとつだから，Z_1 では2議席以上を有していたことになる。以下，k の値によってふたつのケースに分けて証明する。

（ケース1）まず $k<M$ のとき，つまり選挙区 S の1票の重みが配分 Z_1 において最大でないとき(18)，Z_1 に余剰定数が生じないこと，すなわち Z_1 が Z_2 に優越されることはありえないことを証明する。

L_1 において，原点から k 番目の線分の傾きは選挙区 S の1票の重み（の P/A 倍）を表している。この線分の右端点の x 座標は $\Sigma^k{}_{i=1}\,p_i/P$ である。一方，L_2 における k 番目の線分は選挙区 S に対応したものとは限らないが，この線分の右端点の x 座標も $\Sigma^k{}_{i=1}\,p_i/P$ となる。なぜなら，Z_1 から Z_2 への移行で議席増となる選挙区は存在しないので，1票の重みが $k+1$ 番目から M 番目（昇順）となる選挙区は，Z_1 と Z_2 で変化しないからである。

一方，k 番目の線分の右端点の y 座標は L_1 では $\Sigma^k{}_{i=1}\,a_i/A$ に，L_2 では $(\Sigma^k{}_{i=1}\,a_i-\alpha)/(A-\alpha)$ になる。そして，$k<M$ より $\Sigma^k{}_{i=1}\,a_i<A$ であるから，前者は後者より必ず大きい値をとるとわかる（式の展開は省略）。したがって k 番目の線分の右端点において L_1 は L_2 の上方に位置する。以上から L_2 が L_1 に優越しないことが証明された。

（ケース2）次に $k=M$ の場合，すなわち選挙区 S の1票の重みが Z_1 において最大である場合を考える。仮にこのケースが存在すれば，Z_1 は Z_2 にローレンツ優越される可能性がある。しかし最大較差が2倍を超える除数5方式の解では，そもそもこのケース自体が存在しえない。以下そのことを背理法で証明しよう。

選挙区 S の1票の重みが配分 Z_1 において最大であると仮定して，矛盾を導く。Z_1 で1票の重みが「最小」となる選挙区を T とする。ここで S から T へ1議席を移転することによって，配分 Z_1 から Z_1' に移行したとしよう。既に述べたとおり，選挙区 S は Z_1 で2議席以上を有するから，こうした議席の移転は可能である。

Z_1 の最大較差は2倍超だから，2.2節で述べた「2倍原理」により，①の連立不等式が成立する。ここで p_S，p_T は選挙区 S および T の人口，a_S，a_T は選挙区 S および T の，配分 Z_1 における議席数を表している。

$$a_T/p_T < (a_S - 1)/p_S \wedge (a_T + 1)/p_T < a_S/p_S. \qquad \cdots ①$$

式①より，Z_1 から Z_1' に移行することで，選挙区SとTの間の1票の重みの「格差」は，除数5方式に対応したいかなる格差の定義に従っても，縮小することになる。既述のウェブスター・ヒル・ディーンの3方式に対応した定義で格差が縮小することは自明なので，証明は省略する。アダムズ・ジェファソンの2方式に対応した定義で格差が縮小することは，本稿末尾の「付記」に示した。

しかし1議席の移転により当該選挙区間の「格差」が縮小したのだから，2.2節で述べたハンチントンの定理により，配分 Z_1 は除数5方式の解でなかったことになり，仮定と矛盾する。よって選挙区Sの1票の重みは Z_1 において最大ではありえない（つまりケース2は存在しえない）とわかる。以上から Z_2 は Z_1 にローレンツ優越しないこと，すなわち Z_1 において余剰定数が生じえないことが証明された。

余剰定数が発生した場合，それを削減した後の配分は，削減前の配分をローレンツ優越する。上で示したことは，こうした場合，「削減前」の配分の最大較差が必ず2倍以下だということである。しかし「削減後」の最大較差もまた2倍以下となる。なぜなら，削減後の配分が削減前の配分をローレンツ優越するなら，削減後の配分の最大較差は（2.1節で述べたように）削減前のそれと同じか下回っていなければならないからである。

ここから，次のように言うことができる。選挙区数と人口分布を一定とし，除数5方式のいずれかの解を一貫して採用した場合，総定数が少ないときの配分が多いときのそれをローレンツ優越するのは，双方の配分の最大較差が2倍以下となるときだけである。言い換えれば1票の重みの平等化がある程度，進んだ段階になってはじめて，人数規模の小さな議会を求めることと，1票の重みのさらなる平等化を求めることが矛盾なく両立しうるようになるのである。

4.2. 1票の重みが最大となる選挙区の議席数が2以上

余剰定数が生じるための必要条件として，「1票の重みが最大となる選挙区の議席数が2以上であること」を付け加えることができる。実は，この条件は既述の「最大較差が2倍以下」という条件よりも強い条件になっている。つまり，最大較差が2倍以下でも，1票の重みが最大となる選挙区の議席数が「1」ならば，余剰定数は生じない。たとえば，前々節で示した参議院の数値例において，総定数（半数改選時）＝99，100，101の配分の最大較差は2倍未満であったが，余剰定数は発生しなかった。それは，これらの配分において1票の重みが最大となる選挙区の議席数（半数改選時）が「1」だったからである。そして総定数を102まで増やした時に初めて余剰定数が発生した。それは総定数を102まで増やして初めて，1票の重みが最大となる選挙区の議席数（同上）が「2」になったからである。また，最大較差が2倍超で

あれば，除数5方式から得られた配分において，1票の重みが最大となる選挙区の議席数は必ず1になるから，同じく余剰定数は生じない。以下では，これらの事実を証明する。

まず除数5方式の解において，1票の重みが最大値をとる選挙区の議席数が1であるとき，余剰定数が生じないことを証明する。前節とほぼ同じ記号法と仮定を用いる。違いは Z_1 の最大較差に制限をつけないこと，また Z_1 において1票の重みが最大となる選挙区の議席数が1であることの2点である。前節同様，Z_1 から Z_2 への移行で定数減となる選挙区のうち，Z_1 で1票が最も重い選挙区「S」を考える。定数減が可能であることから，選挙区Sの Z_1 における議席数は2以上であり，仮定により選挙区Sの1票の重みは Z_1 全体の中で最大ではない。したがって，前節のケース2は存在せず，ケース1のみを考えればよいことになり，前節で述べたのと全く同じ論法[19]によって余剰定数は生じえないとわかる。以上から，1票の重みが最大となる選挙区の議席数が1ならば，余剰定数は生じないことが証明された。

次に，除数5方式の解の最大較差が2倍超であるとき，1票が最も重い選挙区の議席数は必ず1となることを，背理法で示そう。すなわち重みが最大となる選挙区の議席数が2以上であったと仮定して矛盾を導く。基本となる論理は前節のケース2とほぼ同様である。仮定により，重み最大の選挙区Sから，最小の選挙区Tに1議席の移転が可能である。移転前の配分の最大較差は2倍超であるから，2倍原理により移転後のSの1票の重みは移転前のTのそれを上回り，移転後のTの1票の重みは移転前のSのそれを下回る。前節の式①で示したとおりである。しかし，そうだとすると，この移転により選挙区SとTの重みの「格差」は（除数5方式のいずれの定義をとっても）縮まることになり，（ハンチントンの定理により）元の配分が除数5方式の解であるとの仮定と矛盾する。以上から，最大較差が2倍超の除数5方式の解において，1票の重みが最大値をとる選挙区の議席数は1であると証明された。

5. 結論

ここまで述べたことをまとめると以下のようになる。4.1節で示したように，最大較差が2倍を超えるとき，除数5方式のいずれかで定数配分を行うならば，総定数を減らした時の議席配分が，元の議席配分をローレンツ優越することはない。言い換えれば，最大較差が2倍を超えるとき余剰定数は存在しえない。総定数を減らせば，1票の重みの不平等が拡大することはあれ，縮小することはない。したがって，最大較差が2倍を超えるとき，1票の重みを平等化することと，「小さな立法府」を求めること，すなわち議会の総定数を削減することは明らかに矛盾する。しかし，最大較差が2倍以下であれば（より厳密に言えば，4.2節で示したように1票の重みが最大となる選挙区の議席数が2以上のとき），総定数を減らしたときの除数5方式の解は，元の解をローレンツ優越することがある。ここでは，人数規模の小さな議会を求めることと，1票の重みを平等化することは矛盾なく両立している。そして，最大較差

が2倍以下となる状況において，こうした現象は決して希有なものとは言えない。第3節の表1において既に確認したとおりである。

以上の結果から，冒頭で述べたような，1票の重みの平等化を大義名分に，議会の人数規模が際限なく拡大していくという事態は，現実には考えにくいとわかる。なぜなら，ある程度，1票の重みの平等化が進んだ段階，すなわち最大較差が2倍を下回った段階で，人数規模の拡大には自然と歯止めがかかるからである。その段階に至れば，議会の人数規模の拡大は1票の重みのさらなる平等化にはつながりにくくなり，却って不平等化を招くことすら生じるようになる。つまり，そこでは人数規模を拡大するための大義名分が存在しなくなるのである。

これらの結果を踏まえた政策提言は次のようになる。日本の参議院選挙区選挙のように最大較差が2倍を超える状況で，除数5方式のどれかを一貫して用い，しかも既定の選挙区割りを維持するならば，1票の重みを平等化する方法は総定数を増やすこと以外にない。また，総定数を増やさずに1票の重みを平等化したいのならば，選挙区割りを変更するしかない。そうしない限り，不平等な選挙に基づく「小さな立法府」を選ぶか，より平等な選挙に基づく「大きな立法府」を選ぶかの二択にならざるを得ない。しかし，ある程度の平等性が達成され，最大較差が2倍を下回るようになれば状況は一変する。人口分布の変化の如何によっては，余剰定数の削減が不平等のさらなる縮小につながるケースが出てくる。そのとき我々は，小さな立法府を求める声にしたがうことによって，1票の重みの不平等をさらに縮小できる。

したがって，最大較差が2倍を超える状況では，1票の重みの平等化をまずは優先させ，最大較差が常に2倍以下となる状況を作り出すのがよい。繰り返すが，そうした状況が一旦出来上がれば，余剰定数（それがもし生じたならば）を削減することで，より平等な配分が実現する。ここでは1票の重みの平等を求めることと，人数規模の小さな議会を求めることは何ら矛盾しない。

付記　アダムズ方式およびジェファソン方式における「格差」に関する命題の証明

ここでは本文①の連立不等式が成立すれば，選挙区SとTの1票の重みの格差（アダムズ方式およびジェファソン方式の定義による）は，本文に記した配分 Z_1 から Z_1' への移行によって，必ず縮まることを証明する。まずアダムズ方式の定義によれば，Z_1 での格差は $a_S - a_T(p_S/p_T)$ となるが，Z_1' での格差は重みの大小関係でふたつのケースに分かれる。

ケース1　・・・$(a_T+1)/p_T < (a_S-1)/p_S$ のとき

このとき Z_1' での格差は下の②式の右辺のようになる。②の右辺＝②の左辺 $-\{1+(p_S/p_T)\}$ となり { } 内は正だから，②の不等式は必ず成立する。

$$a_S - a_T(p_S/p_T) > (a_S-1) - (a_T+1)(p_S/p_T).\ \cdot\cdot\cdot ②$$

ケース2　・・・$(a_T+1)/p_T > (a_S-1)/p_S$ のとき

このとき Z_1' での格差は下の③式の右辺のようになる。本文①式より $a_T/p_T < (a_S - 1)/p_S$ だから，③式の左辺 $> a_S - \{p_S(a_S - 1)/p_S\} = 1$ となり，③式の右辺 $< (a_T + 1) - \{(p_T \cdot a_T)/p_T)\} = 1$ となる。よって③の不等式は必ず成立する。

$a_S - a_T(p_S/p_T) > (a_T + 1) - (a_S - 1)(p_T/p_S)$. ・・・③

ジェファソン方式の定義によれば，Z_1 での格差は $a_S(p_T/p_S) - a_T$ だが，Z_1' での格差は，やはり下のふたつのケースに分かれる。

ケース１　・・・$(a_T + 1)/p_T < (a_S - 1)/p_S$ のとき

このとき Z_1' での格差は下の④式の右辺のようになる。④の右辺＝④の左辺 $- \{1 + (p_T/p_S)\}$ となり，｛ ｝内は必ず正だから，④の不等式は必ず成立する。

$a_S(p_T/p_S) - a_T > (a_S - 1)(p_T/p_S) - (a_T + 1)$. ・・・④

ケース２　・・・$(a_T + 1)/p_T > (a_S - 1)/p_S$ のとき

このとき Z_1' での格差は下の⑤式の右辺のようになる。本文①式より $(a_T + 1)/p_T < a_S/p_S$ だから，⑤式の左辺 $> \{(a_T + 1)p_T/p_T\} - a_T = 1$ となり，⑤式の右辺 $< \{(a_S \cdot p_S)/p_S\} - (a_S - 1) = 1$ となる。よって⑤の不等式は必ず成立する。以上，証明終わり。

$a_S(p_T/p_S) - a_T > (a_T + 1)(p_S/p_T) - (a_S - 1)$. ・・・⑤

〔注〕

(1) 朝日新聞（東京 2018 年 7 月 19 日朝刊 3 面）は，日本維新の会の馬場幹事長が「人口が減る中で国家だけが定数を増やすのは納得できない。『国破れて議員あり』という状況を迎えるのでは」と語ったと報じた。

(2) Balinski & Young（2001 : p 36）は「下院が巨大化したために効率が悪くなるほど，意見が衝突したときには，上院がますます有利になる。図体が大きいからといって偉大ではない。肥満は健康に良くない・・」という 1872 年の下院議員の演説を引用している。ちなみに，この訳文は同書の初版（1982 年発行）の抄訳（越山・一森訳，1987 : 80 頁）から採った。

(3) 本稿では格差一般と明確に区別するため，最大「較差」と表記する。

(4) このうちアダムズ方式，サンラグ方式（本稿ではウェブスター方式と呼ぶ），ドント方式（本稿ではジェファソン方式と呼ぶ）は，本稿が対象とする除数 5 方式の中に含まれる。

(5) 不平等度の指標としての最大較差の問題点については越山（1991），山口（2017）などを参照。

(6) 参議院では 3 年毎に半数が改選となるため，総定数および各選挙区への配分議席は必ず偶数になるよう定められている。そこで本稿で参議院選挙区を扱う際には，もっぱら半数改選時の総定数を問題とする。2.2 節で述べるように，本稿のキー概念であるハンチントンの定理と 2 倍原理は，いずれも「1 議席」の増減にまつわる法則性を示しており，これらを参議院の実際の定員（半数改選時の 2 倍）にあてはめると「1 議席」を「2 議席」に逐一読み換えねばならず，大変煩雑だからである。

(7) たとえば第 3 節の参議院の数値例で仮に千葉県の人口が東京都の人口（13115844 人）のちょうど半分の 6557922 人だったとする（実際は 6155641 人）。このとき A＝78（半数改選時の総定数）におけるアダムズ方式（2.2 節参照）の解は存在しない。理由は以下のとおり。A＝77 のときのアダムズ解で東京は 6 議席，千葉は 3 議席となり，両者の 1 票の重みは全く等しく，しかも全選挙区の中で最小となる。アダムズ方式では総定数を 1 増やすと，1 票の重みの最も軽い選挙区の議席を

1 増やすことになるが，東京と千葉のいずれか一方だけを 1 増やすわけにはいかない。こうして A ＝78 の時の解は求まらない。また上の架空例では，ジェファソン方式（2.2 節参照）の A＝75 のときの解も存在しない。A＝76 のとき東京は 8 議席，千葉は 4 議席で両者の 1 票の重みは等しく，2 議席以上を有する選挙区の中で最大となる。ジェファソン方式では，総定数を 1 減らすと 2 議席以上を有する選挙区の中で 1 票の重みが最大の所の議席を 1 減らすことになるが，東京と千葉のいずれか一方だけを 1 減らすわけにはいかない。こうして A＝75 の時の解は求まらない。

(8) 相対的測度とは，次の四つの基準を満たす測度のことである（Anand 1983, Foster 1985, Sen 1997＝2000）。①ピグー・ドールトンの移転原理（Pigou-Dulton transfers principle）：相対的に貧しいものから豊かな者への財の移転は必ず不平等度を増大させる。②対称性（symmetry）：各人が保有する財の順序を入れ替えても不平等度は変わらない。③同次性（homogeneity）：各人が保有する財を定数倍しても不平等度は変わらない。④人口原理（population principle）：人口および財の分布が全く同じ社会のデータを統合した時，その不平等度は元のふたつの社会のそれと同じになる。①は不平等度（の増大）の実質的定義である。②〜④は汎用的な測度が当然備えるべき性質を述べている。②は不平等度を測る際に，当該の財以外の情報は用いないことを述べ，③は不平等度が平均値の影響を受けないことを，④は不平等度が人口規模に左右されないことを述べている。

(9) ウェブスター方式は，比例代表制における議席配分方式としての「サン＝ラグ方式」と，ジェファソン方式は同じく「ドント方式」と実質的に同じものである。

(10) Balinski & Young（2001：初版 1982 年），和田（1991），大和（2003）はウェブスター方式を支持している。ただし，和田は同方式を「サン＝ラグ方式」と呼んでいる。

(11) 2016 年に成立した衆議院選挙制度改革の関連改正法に基づく。2016 年 5 月 21 日の朝日新聞（東京本社）朝刊 4 面，同年 5 月 20 日の読売新聞夕刊 1 面記事を参照。

(12) 合衆国の論争の経緯については，Balinski & Young（2001），一森（2016）を参照。

(13) 2018 年 1 月 1 日現在の住民基本台帳に基づく，「日本人」の人口データ（総務省発表）を用いた。

(14) 選挙区数と人口分布を一定とすれば，アダムズ解の最大較差が 2 倍を超えるとき，総定数を 1 人増やすことで必ず最大較差は縮小する。理由は以下のとおり。アダムズ方式は除数方式の一種なので，2.2 節で述べたように，アラバマ・パラドクスは生じない。つまり総定数を 1 増すれば，必ずどこかひとつの選挙区の定員が 1 だけ増加する。アダムズ方式ではその際，元の配分で 1 票の重みが最小となる選挙区の議席を 1 増することになる。2.2 節で述べた 2 倍原理により，その選挙区の 1 票の重みは 2 倍を超えては増大しない。したがって最大較差が 2 倍を超えるなら，その選挙区の 1 増後の 1 票の重みは，元の配分の 1 票の重みの最大値を超えることはない。こうして総定数の 1 増により，重みの最小値が上昇し最大値は変化しないから，最大較差は必ず縮まることになる。なお他の 4 種類の除数方式の場合も，最大較差が 2 倍を超えるとき，総定数を 1 人増やすことで最大較差が拡大することはない。逆に言えば，総定数を 1 人減らして最大較差が縮小することはない。除数方式では，総定数をひとつ減らせば（アラバマ・パラドクスが生じないから）必ずどこかひとつの選挙区の議席をひとつ減らすことになる。その際，最大較差が縮小するのは 1 票の重みが最大となる選挙区の議席数をひとつ減らしたときしかない。しかし 4.2 節で示すように除数 5 方式の解の最大較差が 2 倍を超えるとき，1 票の重みが最大となる選挙区の議席数は 1 であり，さらに議席を減らすことはできない。したがって除数 5 方式の解の最大較差が 2 倍を超えるなら，総定数を 1 人減らして最大較差が縮小することはない。

(15) グラフを描いての視認は困難なので，2 本のローレンツ曲線を構成する線分の式を求め，各線分の端点の座標を把握することによって，ローレンツ優越性を調べた。

(16) ちなみに，総定数を 70 から 98 まで変化させたときの同様の表（掲載は省略する）において，右上半分には一切「＋」が存在せず，「－」と「0」しか存在していなかった。

(17) ある配分の最大較差がちょうど 2 倍のとき，余剰定数が生じうるか否かは今のところ不明である。

本稿が直接明らかにするのは「最大較差が 2 倍を超えるときには余剰定数が生じない」という事実である。「それが生じるのは最大較差が 2 倍以下（2 倍ちょうどを含む）のときだけ」というのは，上の事実の言い換えである。

⑱ 本稿は異なる選挙区間の 1 票の重みが完全一致するレアケースを考慮の対象外としているので，単純にこういう仮定が成り立つ。

⑲ 前節のケース 1 の証明では，最大較差に関する仮定や，1 票の重みが全体で最大となる選挙区の議席数についての仮定は一切用いられていない。

〔文献〕

Anand, S., 1983, *Inequality and Poverty in Malaysia : Measurement and Decomposition,* Oxford Univ. Press.

Balinski, M. L., and Young, H. P., 2001, *Fair Representation, Meeting the Ideal of One Man, One Vote, 2nd ed.,* Brookings.（1st ed. 1982, Yale University＝（抄訳）M. L. バリンスキー・H. P. ヤング著，越山康監訳・一森哲男訳，1987，『公正な代表制　－ワン・マン－ワンヴォートの実現を目指して－』，千倉書房）.

Foster, J. E., 1985, Inequality measurement, in H. P. Young（ed.）*Fair Allocation,* American Mathematical Society, Providence, RI.

Huntington, E. V., 1921, The mathematical theory of the apportionment of representatives, *Proceedings of the National Academy of sciences,* 7 : 123-127.

Huntington, E. V., 1928, The apportionment of representatives in Congress, *Transactions of the American Mathematical Society,* 30 : 85-110.

一森哲男，2016，「議員定数配分方式の偏りについて」『日本応用数理学会論文誌』26(2)：167-181.

越山康，1991，「人口較差の利用による衆院定数配分是正の功罪」『選挙研究』6 : 43-62.

品田裕，2016，「衆議院の都道県間定数配分について－なぜアダムズ方式なのか」，『法律時報』88（5）：90-97.

Sen, A., 1997, *On Economic Inequality, Expanded Edition with a Substantial Annexe by James E. Foster and Amartya Sen,* Clarendon Press（＝アマルティア・セン著，鈴村興太郎・須賀晃一訳，2000，『不平等の経済学－ジェームズ・フォスター，アマルティア・センによる補論『四半世紀後の「不平等の経済学」』を含む拡大版－』東洋経済新報社）.

和田淳一郎，1991，「議席配分の方法としてのサン＝ラグ方式」『公共選択の研究』18 : 92-102.

山口洋，2017，「1 票の重みの最大較差を最小化する定数配分　－最適配分の性質－」『佛教大学社会学部論集』64 : 47-65.

山口洋，2018，「1 票の重みのローレンツ曲線」『佛教大学社会学部論集』『佛教大学社会学部論集』66 : 35-51.

大和毅彦，2003，「議員定数配分方式について　－定数削減，人口変動と整合性の観点から－」，『オペレーションズ・リサーチ』2003 年 1 月号.

（やまぐち　よう　現代社会学科）

2018 年 10 月 31 日受理